

A decorative graphic on the right side of the page consists of several overlapping blue circles of varying sizes and shades, connected by thin blue lines that form a triangular shape pointing downwards.

# Finanças no Excel 2007

## Capítulo 7 - O Valor do Dinheiro no Tempo

Neste capítulo discutiremos o conceito do valor do dinheiro no tempo. O valor presente representa a quantia de dinheiro que precisa ser investida hoje para comprar um fluxo de caixa futuro ou série de fluxos de caixa. Valor futuro representa a quantia de dinheiro que será acumulada se investir fluxos de caixa conhecidos a taxas de juros conhecidas. Ainda, discutiremos vários tipos de fluxos de caixa. Anuidades são fluxos de caixa iguais, igualmente espaçados no tempo. Fluxos de caixa irregulares são aqueles que os fluxos de caixa periódicos não são iguais.

Antes de continuar os capítulos futuros você deverá estar confortável com estes conceitos aqui desenvolvidos. Pratique-os, mudando a planilha apresentada neste capítulo até você desenvolver um sentimento para este tipo de resultados que você obterá.

**Bertolo**  
**11/12/2008**

## O Valor do Dinheiro no Tempo - VDT

Após estudar este capítulo, você deverá ser capaz de:

- 1 Explicar o conceito do valor do dinheiro no tempo.
- 2 Calcular o valor presente e o valor futuro de uma série de fluxos de caixa usando Excel.
- 3 Explicar os tipos de fluxos de caixa encontrados nas análises financeiras, e como ajustar para cada tipo ao fazer cálculos do valor do dinheiro no tempo no Excel.
- 4 Diferenciar entre os períodos de capitalização alternativos, e usar o Excel para comparar os valores presente e futuro sob diferentes esquemas de composição.

“Um passarinho nas mãos vale mais do que dois voando”. Este velho ditado, quando transladado para a linguagem de finanças, torna-se “Um dólar hoje vale mais do que um dólar amanhã”. Intuitivamente, ele provavelmente faz sentido, mas por quê? Estabelecido de maneira muito simples, você pode pegar aquele dólar hoje e investi-lo com a expectativa de ter mais que um dólar amanhã.

Porque o dinheiro pode ser investido para crescer a uma grande quantia, dizemos que o dinheiro tem um “valor no tempo”. Este conceito do valor do dinheiro no tempo dá suporte a muitas das teorias das tomadas de decisões financeiras.

## Valor Futuro

Imagine que você tenha \$1.000 disponível para investir. Se você ganhar juros a uma taxa de 10% ao ano, então você terá \$1.100 no final de um ano. A matemática por trás deste exemplo é muito simples:

$$1.000 + 1.000(0,10) = 1.100$$

Em outras palavras, após um ano você terá seu original \$1.000 (a quantia *principal*) mais os juros ganhos. Como você não terá os \$1.100 até daqui a um ano no futuro, referiremos a esta quantia como o *valor futuro*. A quantia que você tem hoje, \$1.000, é referida como o *valor presente*. Se, no final do ano, você escolher em fazer o mesmo investimento outra vez, então no final do segundo ano você terá:

$$1.000 + 1.000(0,10) + 100(0,10) + 1.000(0,10) = 1.210$$

Os \$1.210 no final do segundo ano pode ser desdobrado nos seus componentes: o principal original, os juros do primeiro ano, os juros ganhos no segundo ano sobre os juros do primeiro ano, e os juros do segundo ano sobre o principal original. Note que podemos fazer novamente o cálculo no segundo ano ser:

$$1.100 + 1.100(0,10) = 1.210$$

Ou, fatorando os 1.100 obtemos:

$$1.100(1 + 0,10) = 1.210$$

Note que no segundo ano o juro é ganho sobre ambos, o principal original e os juros ganhos durante o primeiro ano. A ideia de juros ganhos sobre os juros anteriormente ganho é conhecida como *capitalização ou composição*. Isto é porque o total de juros ganhos no segundo ano é \$110 versus somente \$100 no primeiro ano.

Retornando ao nosso exemplo de um ano original, podemos generalizar a fórmula para qualquer investimento de um ano, como segue:

$$VF = VP + VP(i)$$

Onde *VF* é o valor futuro, *VP* é o valor presente, e *i* é a taxa de juros de um ano (taxa de capitalização). A equação acima não está na forma mais simples. Podemos fatorar *VP* em ambos os termos do lado direito, simplificando a equação do valor futuro para:

$$VF = VPV(1 + i) \quad (7-1)$$

Lembre-se que no nosso exemplo de dois anos, ganhamos juros em ambos o principal e juros do primeiro ano. Em outras palavras, o *VF* do primeiro ano tornou-se o *VP* do segundo ano. Simbolicamente, o *VF* do segundo ano é:

$$VF_2 = VF_1(1 + i)$$

Substituindo  $VP(1 + i)$  para  $FV_1$  e simplificando, temos:

$$FV_2 = PV(1 + i)(1 + i) = PV(1 + i)^2$$

Podemos realmente ainda generalizar nossa equação de valor futuro. Perceba que o expoente (do lado direito) é o mesmo que o subscrito (no lado esquerdo) na equação do valor futuro. Quando estivemos procurando o valor futuro no final do primeiro ano, o expoente foi 1. Quando estivemos procurando o valor futuro no final do segundo ano, o expoente foi 2. Em geral, o expoente será igual ao número de anos para o qual gostaríamos de encontrar o valor futuro.

$$FV_N = PV(1 + i)^N \quad (7-2)$$

A equação (7-2) é a base de todas as equações de valor no tempo que observaremos nas seções a seguir. Usando esta versão da equação você pode ver que investir \$1.000 por dois anos a 10% ao ano lhe deixará com \$1.210 no final de dois anos. Em outras palavras:

$$FV_2 = 1.000(1,10)^2 = 1.210$$

### Usando o Excel para Encontrar Valores Futuros

É bastante fácil calcular valores futuros com uma calculadora de bolso, especialmente uma calculadora financeira. Mas, como veremos nas seções e capítulos adiantes, é frequentemente necessário usar valores futuros em planilha. O Excel faz estes cálculos de maneira fácil com o uso da função embutida **VF**.

$$VF(TAXA; NPER; PGTO; VP; TIPO)$$

Existem cinco parâmetros para a função **FV**. A **TAXA** é a taxa de juros por período (ano, mês, dia, etc.), **NPER** é o número total de períodos, e **VP** é o valor presente. **PGTO** e **TIPO** são incluídos para manipular anuidades (uma série de pagamentos iguais, igualmente espaçados no tempo), que trataremos mais tarde. Para problemas do tipo que estamos resolvendo correntemente, configuraremos ambos, o **PGTO** e **TIPO** para 0<sup>1</sup>. Vamos montar uma simples planilha para calcular o valor futuro de um simples valor. Começemos com uma planilha em branco, entre com os rótulos e números como mostrado na Demonstração 7-1.

**DEMONSTRAÇÃO 7-1**  
**VALOR FUTURO DE UM FLUXO DE CAIXA ÚNICO**

	A	B
1	<b>Cálculos do Valor Futuro</b>	
2	Valor Presente	\$1.000
3	Anos	1
4	Taxa de Juros	10%
5	Valor Futuro	

Queremos usar a função **VF** para calcular o valor futuro de \$1.000 em um ano a 10% ao ano. Em B5 entre com a fórmula: =VF(B4;B3;0;-B2;0). O resultado, \$1.100, é exatamente a mesma que encontramos anteriormente. Note que temos entrado com -B2 para o parâmetro **VP**. A razão para o sinal negativo é devido ao Excel entender que ou o **VP** ou o **VF** deve ser uma saída de caixa. Se não tivéssemos usado o sinal negativo, o resultado (**VF**) teria sido negativo. Usuários de calculadoras financeiras reconhecerão isto como uma convenção de sinal do fluxo de caixa. Você pode agora experimentar valores diferentes para os parâmetros. Tente trocar o 1 em B3 com 2. O Excel imediatamente atualiza o resultado em B5 com \$1.210, exatamente como encontramos na segunda parte do nosso exemplo. Para ver o quão poderosa uma capitalização pode ser, insira 30 em B3. O resultado, \$17.449,40, indica que cada \$1.000 investido a 10% por ano crescerá para \$17.449,40 após 30 anos. Se dobrarmos o investimento, para \$2.000, então deveríamos dobrar o valor futuro. Tente-o; você deverá obter um resultado de \$34.898,80, exatamente duas vezes aquele que obtivemos com o investimento de \$1.000. Em geral, qualquer dinheiro investido por 30 anos a 10% por ano crescerá para 17.449 vezes o seu valor inicial. Para ver muito mais exemplos do poder da capitalização, tente aumentar a taxa de juros.

### Valor Presente

Nossa equação de valor futuro pode ser resolvida para quaisquer de suas variáveis. Poderíamos querer girar o nosso problema exemplo até encontrar o valor presente. Suponha que o problema é restabelecido como, "Que investimento inicial é exigido de modo que você acumule \$1.210 após dois anos se você ganhar uma taxa de juros de 10% ao ano?". Neste caso, queremos encontrar o valor presente. Já conhecemos o valor futuro.

Matematicamente, tudo que precisamos fazer é resolver a equação valor futuro (7-2) para o valor presente:

$$VP = \frac{VF_N}{(1+i)^N} \quad (7-3)$$

É claro, já sabemos que a resposta deve ser \$1.000:

$$VP = \frac{1.210}{(1 + 0,10)^2} = 1.000$$

No Excel, podemos resolver problemas deste tipo usando a função embutida **VP**:

$$VP(TAXA; NPER; PGTO; VF; TIPO)$$

Os parâmetros para a função **VP** são exatamente os mesmos que aqueles para a função **VF**, exceto que **VP** é trocado por **VF**. Para este exemplo, nas células **D1:E5**, monte a planilha como mostrado na Demonstração 7-2.

<sup>1</sup> O parâmetro **TIPO** diz ao Excel se os fluxos de caixa ocorrem no final (0) ou início (1) do período

**DEMONSTRAÇÃO 7-2**  
**VALOR PRESENTE DE UM FLUXO DE CAIXA ÚNICO**

	A	B	C	D	E
1	<b>Cálculos do Valor Futuro</b>			<b>Cálculos do Valor Presente</b>	
2	Valor Presente	\$1.000		Valor Futuro	\$1.210
3	Anos	2		Anos	2
4	Taxa de Juros	10%		Taxa de Juros	10%
5	Valor Futuro	R\$ 1.210,00		Valor Futuro	

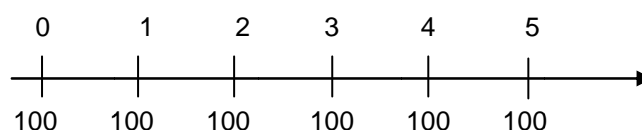
Na célula E5 coloque a fórmula: =VP (E4 ; E3 ; 0 ; -E2 ; 0) . Novamente, entramos com uma referência de valor futuro como negativa de modo que o resultante valor presente seja positivo. O resultado será \$1.000, exatamente como esperado.

Construímos propositadamente nossos exemplos de valor futuro e valor presente lado a lado na planilha para demonstrar que o valor presente e o valor futuro são funções inversas. Vamos mudar nossa planilha para tornar este conceito claro. Queremos vincular as referências da função valor presente com as células usadas na função valor futuro. Isto permitirá que mudanças nos parâmetros do valor futuro mudarem os parâmetros de valor presente. Primeiro, selecione E2 e entre com: =B5, em E3 digite: =B3, e em E4 entre com: =B4. Agora, a despeito das mudanças feitas no lado do valor futuro da planilha, o valor presente deverá ser igual ao valor em B2. Tente fazer algumas mudanças nas entradas de B2, B3, e B4. Não importa que mudanças você fez, o valor presente calculado (em E5) é sempre o mesmo que o valor presente entrado em B2. Isto é devido ao valor presente e o valor futuro serem funções inversas.

## Anuidades

Até aqui temos examinado os valores presentes e futuros de fluxos de caixa únicos (também referidos como pagamento simples). Estes são conceitos poderosos que nos permitirão lidar com fluxos de caixa mais complexos. *Anuidades* são séries de fluxos de caixa nominalmente iguais, igualmente espaçados no tempo. Exemplos de anuidades são abundantes. Seus pagamentos de prestações do carro é uma anuidade, como também os seus pagamentos de hipoteca (ou aluguel). Se você já não fez, você poderá algum dia fazer sua própria anuidade como parte de um programa de aposentadoria. O fluxo de caixa mostrado na Figura 7-1 é outro exemplo.

**FIGURA 7-1**  
**UMA LINHA DE TEMPO PARA UMA ANUIDADE DE FLUXOS DE CAIXA**



Como encontramos o valor de uma série de fluxos de caixa tal como aquela mostrada na Figura 7-1? A resposta envolve o *princípio da aditividade dos valores*. Este princípio diz que o valor de uma série de fluxos de caixa é igual à soma dos valores dos componentes. Conquanto que os fluxos de caixa ocorram ao mesmo tempo, eles podem ser adicionados. Portanto, se pudermos mover cada um dos fluxos de caixa para o mesmo período de tempo, podemos adicioná-los para encontrar o valor naquele período de tempo. Fluxos de caixa podem ser movidos no tempo pela capitalização ou desconto.

### Valor Presente de uma Anuidade

Uma maneira de encontrar o valor presente de uma anuidade é encontrar o valor presente de cada um dos fluxos de caixa separadamente e adicioná-los todos. Equação (7-4) resume este método:

$$VP_A = \sum_{t=1}^N \frac{PGTO_t}{(1+i)^t} \quad (7-4)$$

Onde,  $VPA$  é o valor presente da anuidade,  $t$  é o período de tempo,  $N$  é o número total de pagamentos,  $PGTO_t$  é o pagamento no período  $t$ , e  $i$  é o taxa de desconto.

É claro, esta equação funciona magnificamente para qualquer anuidade (ou qualquer série de fluxos de caixa), mas ela pode ser tediosa para as anuidades com mais do que apenas uns poucos pagamentos.

Imagine encontrar o saldo atual (i.e., valor presente) de uma hipoteca com mais de 300 pagamentos antes de quitá-la! Podemos encontrar uma solução de forma fechada (a equação acima é uma solução na forma aberta devido ao número de adições serem indefinidos) tomando o somatório:

$$VP_A = PGTO \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^N}}{i} \right] \quad (7-5)$$

onde todos os termos são como definidos anteriormente. Note que temos retirado o subscrito  $t$ , porque esta solução não depende de tomarmos os valor presentes separadamente. Em vez disso, como cada pagamento é o mesmo, podemos avaliar uma anuidades toda num único passo.

Vamos encontrar o valor presente do fluxo de caixa mostrado na Figura 7-1. Assumindo que a taxa de desconto para este fluxo de caixa seja 8%, a equação é:

$$VP_A = 100 \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1.08)^5}}{0,08} \right] = 399,271$$

Isto significa que se você fosse depositar \$399,27 numa conta hoje que paga 8% de juros por ano, você poderia retirar \$100 no final de cada ano nos próximos cinco anos e ficar com um saldo de \$0,00 no final de cinco anos.

Recall from our anterior discussão dos únicos fluxos de caixa que podemos usar a função **VP** embutida do Excel para encontrar os valores presentes. To recap, a função **VP** é definida como:

**VP(TAXA; NPER; PGTO; VF; TIPO)**

Quando se tratarem de fluxos de caixa únicos configuramos o **PGTO** e **TIPO** para 0. Estes parâmetros são usados somente no caso de uma auidade. **PGTO** será configurado para a quantia de dólares do pagamento periódico. **TIPO** é uma variável binária opcional (0 ou 1) que controla se o Excel assume que o pagamento ocorre no final (0) ou no início (1) do período. Por enquanto, assumiremos que todos os pagamentos ocorram no final do período (isto é, eles são anuidades *regulares*).

### DEMONSTRAÇÃO 7-3 VALOR PRESENTE DE UMA ANUIDADE

	A	B
1	<b>Valor Presente de uma Anuidade</b>	
2	Pagamentos	\$100
3	Taxa de Juros	10%
4	Anos	5
5	Valor Presente	

Monte uma planilha com os dados desenhados na Demonstração 7-3 nas células **A1:B5**. Em **B5** gostaríamos de encontrar o valor presente da anuidade apresentada na Figura 7-1, assim entre: =VP(B3;B4;B2;0;0). Note que temos entrado com o pagamento como um número positivo, e o resultado foi - \$399,27. A interpretação é que se você fosse fazer um depósito de (a saída de caixa) \$399,27 hoje, você poderia fazer uma retirada de (uma entrada de caixa) \$100 cada ano, nos próximos cinco anos. Tornemos então o pagamento (**B2**) negativo, o valor presente teria sido positivo \$399,27. A resposta é a mesma, exceto pelo sinal, mas a interpretação é diferente. Neste caso, a interpretação é que se você conseguisse rapidamente um empréstimo de \$399,27 (uma entrada de caixa) hoje, você precisaria reembolsar \$100 (uma saída de caixa) por ano, em cada um dos próximos cinco anos para quitar o empréstimo.

Podemos, é claro, experimentar vários parâmetros. Por exemplo, suponha que ao invés de cinco retiradas de \$100 cada, você quisesse fazer dez retiradas de \$50 cada. Quanto você precisaria depositar nesta conta para esvaziar a conta após 10 retiradas? Mude o número de pagamentos em B4 para: 10, e o pagamento em B2 para: 50. Após estas mudanças, você verá que um depósito inicial de somente \$335,50 lhe permitirá atingir sua meta.

Retornando agora ao nosso exemplo original, retorne a quantia do pagamento para 100 e o número de pagamentos para 5. Quanto você teria que depositar se você quisesse fazer sua primeira retirada hoje, ao invés de daqui a um

ano? Para responder esta questão, perceba que a única coisa que mudamos foi o *timing* da primeira retirada. Fariamos ainda um total de cinco retiradas de \$100 cada, mas elas ocorrem no início de cada período. Em **B5**, mude o parâmetro *TIPO* para 1, do originalmente 0, de modo que a fórmula seja agora: =VP (B3 ; B4 ; B2 ; 0 ; 1) . O resultado é - \$431,21 indicando que, devido à primeira retirada ocorrer imediatamente, você terá de fazer um grande depósito inicial. Note que a quantia do depósito deve ser maior porque você não ganhou os juros do primeiro ano antes de fazer a primeira retirada.

Outra maneira de olhar isto é que estamos efetivamente depositando \$331,21 (= depósito de \$431,21 – retirada de \$100) a fim de ser capaz de fazer quatro retiradas futuras de \$100 cada. Para ver que este é o caso, mude a fórmula **VP** de volta para a sua forma original (*TIPO* = 0) e mude o número de pagamentos para 4. O valor presente é então mostrado ser \$331,21, exatamente como exigido.

### Valor Futuro de uma Anuidade

Imagine que você tenha recentemente começado a planejar a aposentadoria. Uma das opções atrativas disponível é montar uma Individual Retirement Account (IRA). O que torna a IRA tão atrativa é que você pode depositar até \$3.000 por ano<sup>2</sup>, e os ganhos do investimento crescerão livres de impostos até você começar a fazer as retiradas após a idade de 59½. Ainda mais, dependendo da sua situação, os depósitos do IRA podem reduzir seu lucro tributável. Para determinar a quantia que você terá acumulado na sua IRA na aposentadoria, você precisa entender o valor futuro de uma anuidade. Recorde que do princípio de aditividade do valor, poderemos simplesmente encontrar o valor futuro do investimento de cada ano e adicioná-los todos na aposentadoria. Matematicamente isto é:

$$VF_A = \sum_{t=1}^N [PGTO_t (1+i)^{N-t}] \quad (7-6)$$

Alternativamente, poderemos usar a solução de forma fechada da Equação (7-6):

$$VF_A = PGTO \left[ \frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] \quad (7-7)$$

Assuma que você esteja planejando se aposentar em 30 anos. Se você depositar \$3.000 cada ano na sua conta IRA que ganhará uma média de 7,5% ao ano, quanto você terá após 30 anos? Por causa do grande número de depósitos, a equação (7-7) será mais fácil de usar que a equação (7-6) embora pudéssemos usar aquela uma. A solução é:

$$VF_A = 3.000 \left[ \frac{(1,075)^{30} - 1}{0,075} \right] = 310.198,21$$

Como de costume, o Excel fornece uma função embutida para manipular problemas tais como este um.

A função **VF**, que usamos para encontrar o valor futuro de um pagamento simples anteriormente, também encontrará o valor futuro de uma anuidade. Seu uso é aproximadamente idêntico à função **VP**; a única diferença é a substituição de **VP** por **VF**. Monte uma nova planilha como aquela da Demonstração 7-4.

#### DEMONSTRAÇÃO 7-4 VALOR FUTURO DE UMA ANUIDADE

	A	B
1	<b>Valor Futuro de uma Anuidade</b>	
2	Pagamentos	\$3.000
3	Taxa de Juros	7,50%
4	Número de Pagamentos	30
5	Valor Futuro	

Na B5 coloque a fórmula: =VF (B3 ; B4 ; -B2 ; 0 ; 0) . O resultado, \$310.198,21, concorda exatamente com o resultado da fórmula. E se aquela quantia for menor do que você esperava? Uma solução é começar fazer investimentos este ano, ao invés de no próximo (i.e, o início deste período ao invés do final deste período). Para ver o efeito desta mudança tudo o que se precisa fazer é mudar o parâmetro *TIPO* para 1 de modo que a fórmula fique agora: =VF (B3 ; B4 ; -B2 ; 0 ; 1) . Esta pequena mudança na sua estratégia de investimento lhe dará um lucro extra um pouco acima de \$23.000 na aposentadoria. Talvez uma alternativa melhor fosse aceitar um pequeno risco extra (assumimos que você é jovem o suficiente por isso faz sentido) investindo em fundos mútuos de ações que retornarão uma média

<sup>2</sup> Quando escrevemos isto, as leis vigentes de impostos exigiam que esta quantia subisse a cada ano até 2008 quando atingiria \$5.000.

de cerca de 10% ao ano durante o horizonte de 30 anos. Neste caso, assumindo ainda que você comece a investir agora mesmo, você terá \$542.830,27 na aposentadoria. Significativamente melhor!

### Encontrando o Pagamento da Anuidade

Suponha que queremos saber a quantia que teremos de depositar para acumular uma dada soma após um número de anos. Por exemplo, assumamos que você esteja planejando comprar uma casa daqui a cinco anos. Como você atualmente é estudante, você começará poupando um pagamento de \$10.000 daqui a um ano. Quanto você precisará poupar a cada ano, se sua poupança rende uma taxa de 4% ao ano? A Figura 7-2 diagrama o problema.

**FIGURA 7-2**  
**UMA LINHA DE TEMPO PARA POUPANÇAS ANUAIS PARA OBTER \$10.000 EM CINCO ANOS**



Neste caso, gostaríamos de encontrar o pagamento que você teria que fazer cada ano. O valor futuro da anuidade já é conhecido, de modo que a função **VF** seria inapropriada. O que precisamos é a função **PGTO** do Excel:

$$\text{PGTO}(\text{TAXA}; \text{NPER}; \text{VP}; \text{VF}; \text{TIP0})$$

Os parâmetros para a função **PGTO** são similares daqueles das funções **VP** e **VF**, exceto que ela tem os parâmetros **VP** e **VF** no lugar do parâmetro **PGTO**.

Entre com a informação da Demonstração 7-5 nas células A1:B6 de uma nova planilha. Na célula B6 entre com a função **PGTO**: =PGTO (B5 ; B4 ; -B2 ; B3 ; 0) . O resultado indica que você terá de economizar \$1.846,27 por ano (uma saída de caixa) para acumular \$10.000 pelos pagamentos feitos durante cinco anos.

**DEMONSTRAÇÃO 7-5**  
**PAGAMENTO DE ANUIDADE QUANDO VP OU VF SÃO CONHECIDOS**

	A	B
1	<b>Encontrando um Pagamento de Anuidade</b>	
2	Valor Presente	\$0
3	Valor Futuro	\$10.000
4	Número de Pagamentos	5
5	Taxa de Juros	4%
6	Pagamentos Anuais	

A função **PGTO** permite que *ambos*, o **VP** e o **VF** sejam entradas. No exemplo anterior, foi assumido que **VP** fosse 0. Entretanto, vamos supor que você tenha herdado recentemente \$3.000 do seu tio, e que você quer usar este dinheiro para começar economizar agora para aqueles pagamentos a serem feitos. Como os \$3.000 crescerão para somente \$3.649,96 após cinco anos a 4% ao ano (isto pode ser verificado usando a planilha criada para a Demonstração 7-1) você precisará economizar ainda alguma quantia cada ano. Quanto você precisará economizar a cada ano? Para descobrir, simplesmente configure o valor presente, em B2, para 3000 deixando os outros valores invariáveis. Devido ao seu investimento inicial *reduzir* a quantia total que você precisava economizar para \$6.350,04 (por quê?), sua exigência de economia anual é reduzida para \$1.172,39.

### Encontrando o Número de Períodos numa Anuidade

Encontrar o valor presente, valor futuro, e pagamento para anuidades é um problema maravilhosamente simples. Isto é, as fórmulas são simples e fáceis de aplicar. Encontrar o número de períodos, *N*, não é tão óbvio matematicamente. Para fazer isto requer o conhecimento de logaritmos. Se você souber o valor presente da anuidade, então resolvendo a Equação (7-5) para *N* obtemos:

$$N = \frac{\ln\left(\frac{-iVP_A + 1}{PGTO}\right)}{-\ln(1+i)} \quad (7-8)$$

onde  $\ln(\cdot)$  é o operador logaritmo natural. Se você conhecer o valor futuro, então resolvendo a equação (7-7) para *N* resulta em:



$$N = \frac{\ln\left(\frac{iVF_A}{PGTO} + 1\right)}{\ln(1+i)} \quad (7-9)$$

O Excel oferece uma função embutida **NPER** para resolver problemas deste tipo. Esta função é definida como:

$$\text{NPER}(\text{TAXA}; \text{PGTO}; \text{VP}; \text{VF}; \text{TIPO})$$

onde todos os parâmetros foram anteriormente definidos. Para usar esta função, você deve saber os pagamentos, taxa de juros por período, e ou o valor presente ou o valor futuro ou ambos. Retorne agora ao nosso exemplo economizar pagamentos para comprar uma casa. Lembre-se que foi determinado que economizando \$1.846,27 por ano você poderia bancar o pagamento após cinco anos, assumindo um investimento inicial. Monte a planilha da Demonstração 7-6

**DEMONSTRAÇÃO 7-6**  
**NÚMERO DE PAGAMENTO DE ANUIDADE QUANDO VP OU VF SÃO CONHECIDOS**

	A	B
1	<b>Encontrando N de uma Anuidade</b>	
2	Valor Presente	\$0
3	Valor Futuro	\$10.000
4	Pagamentos Anuais	\$1.846
5	Taxa de Juros	4,00%
6	Número de Anos	

Como queremos encontrar o número de períodos, insira a função **NPER** em B6: =NPER (B5 ; -B4 ; -B2 ; B3 ; 0) . Note que ambos os parâmetros **VP** e **PGTO** tornaram-se negativos nesta função. Novamente, isto é por causa da convenção de sinal do fluxo de caixa. Neste caso, gostaríamos de ser capaz de retirar o valor futuro (uma entrada de caixa e, portanto, positivo) e depósitos **VP** e **PGTO** (saída de caixas, portanto negativo). O resultado é cinco anos, exatamente como esperaríamos. Se você incluir a herança de \$3.000, você terá que pagar somente 3,39 anos.

### Encontrando a Taxa de Juros numa Anuidade

Diferentemente do valor presente, valor futuro, pagamento, e número de períodos, não há solução de forma fechada para a taxa de juros de uma anuidade. A única maneira de resolver este problema é usar uma abordagem de tentativa e erro, talvez um inteligente tal como a técnica Newton-Raphson ou o método da biseção<sup>3</sup>. O Excel, entretanto, oferece uma função embutida que encontrará a taxa de juros, apesar dela exigir um pouco mais de montagem que as funções que usamos até aqui. A função, **TAXA**, é definida como:

$$\text{TAXA}(\text{NPER}, \text{PGTO}, \text{VP}, \text{VF}, \text{TIPO}, \text{ESTIMATIVA})$$

onde, os parâmetros são definidos como anteriormente, e **ESTIMATIVA** é a sua primeira estimativa para a resposta correta. Ordinariamente, a **ESTIMATIVA** pode ser omitida.

Suponha que you are approached com uma oferta de comprar um investimento que forneça fluxos de caixa de \$1.500 por ano durante 10 anos. O custo de comprar este investimento é \$10.500. Se você tiver uma oportunidade de investimento alternativa, de igual risco, que renderá 8% ao ano, qual deveria ser aceito?

Existem realmente várias maneiras que um problema tal como este possa ser resolvido. Um método é perceber que 8% é seu custo de oportunidade de fundos, e deverá, portanto, ser usado como sua taxa de desconto. Usando a planilha criada na Demonstração 7-3 encontramos que o valor presente (i.e., valor atual para você) do investimento é somente \$10.065,12. Como o preço (\$10.500) é maior que o valor, você deverá rejeitar o investimento e aceditar sua alternativa<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> Estas são técnicas poderosas para resolver estes tipos de problemas. O método da biseção, brevemente, envolve a escolha de duas estimativas iniciais na resposta que estamos certos para agrupar a resposta verdadeiro bracket the true. Cada estimativa sucessiva é meio caminho entre as duas estimativas anteriores que agrupa a solução. A técnica de Newton-Raphson exige cálculo e está além do escopo deste livro. Para mais informações, consulte qualquer livro texto de cálculo numérico.

<sup>4</sup> 4. Note que estamos simplesmente comparando os custos do investimento com o seu benefício percebido (valor presente). Se o custo for maior que o benefício, o Investimento deverá ser rejeitado. Expandiremos este método nos capítulos futuros.

Outro método de solucionar este dilema é comparar os rendimentos (i.e., os retornos compostos anuais) oferecidos pelos investimentos. Todas as outras coisas permanecendo iguais, o investimento com maior rendimento, deverá ser o aceito. Já sabemos que seu investimento alternativo oferece um rendimento de 8%, mas o qual é o rendimento da sua nova oportunidade? Usaremos a planilha da Demonstração 7-7 para descobrir.

Em **B6** coloque a função: =TAXA (B5 ; B4 ; B2 ; B3 ; 0 ; 0 , 1) . O resultado é 7,07% ao ano, então você deverá rejeitar o novo investimento a favor da sua alternativa, que oferece 8% ao ano. Este é o mesmo resultado que obtivemos com a metodologia do valor presente, como deveríamos esperar. Posteriormente, veremos que isto sempre será o caso quando se comparam oportunidades de investimentos mutuamente exclusivas<sup>5</sup>.

**DEMONSTRAÇÃO 7-7**  
**RENDIMENTO DE UMA ANUIDADE**

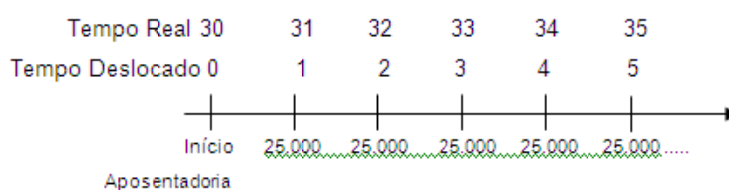
	A	B
1	<b>Encontrando i de uma Anuidade</b>	
2	Valor Presente	(\$10.500)
3	Valor Futuro	\$0
4	Pagamentos Anuais	\$1.500
5	Número de Anos	10,00
6	Taxa de Juros Anuais	

**Anuidades Diferidas**

Nem todas as anuidades iniciam os seus pagamentos durante o ano seguinte ao período de análise. Por exemplo, se você estiver planejando sua aposentadoria, você provavelmente começaria com uma quantidade de rendimento que você precisaria a cada ano durante a aposentadoria. Mas, as chances são se você for um estudante, você provavelmente não aposentaria por muitos anos. Seu rendimento de aposentadoria, então, é uma anuidade que não começaria até você se aposentar. Em outras palavras é uma *anuidade diferida*. Como determinarmos o valor de uma anuidade diferida?

Assuma que você possua uma máquina do tempo (feita de um metal futurístico super forte que pode resistir às forças gravitacionais de um buraco negro no espaço). Esta máquina pode transportá-lo a qualquer período de tempo que você escolher. Se usarmos esta máquina do tempo par transportá-lo ao ano exatamente anterior à aposentadoria, então avaliar a série de rendimentos de aposentadoria torna-se uma coisa simples. Apenas use a função **VP** do Excel. O ano anterior à aposentadoria é considerado o ano 0, o primeiro ano de aposentadoria é o ano 1, e assim por diante. A Figura 7-3 demonstra esta técnica de deslocamento no tempo.

**FIGURA 7-3**  
**DESLOCAMENTO DO TEMPO COMO UM PRIMEIRO PASSO NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ANUIDADES DIFERIDAS**



Na construção da Figura 7-3, assumimos que você se aposentará daqui a 30 anos, e exigirá rendimento de \$25.000 por ano durante a aposentadoria. Se assumirmos ainda que você precisará dos rendimentos de sua aposentadoria por 35 anos (you come from very long-lived stock) e espera ganhar 6% ao ano, você precisará \$362.456 na aposentadoria (ano 30) para fornecer este rendimento. Em outras palavras, \$362.456 é o valor presente, no ano 30, de \$25.000 por ano durante 35 anos a 6%. Você pode usar a planilha criada para a Demonstração 7-3 para verificar estes números.

O problema na Figura 7-3 é que sabendo a quantia que você precisará daqui a 30 anos não nos diz nada sobre quanto precisaremos economizar hoje. A função valor presente do Excel, ou a equação *VPA* (7-5), deve ser pensada como uma função de transformação. Isto é, ela transforma uma série de pagamentos num montante. Este montante

<sup>5</sup> Oportunidades de investimentos mutuamente exclusivas são aquelas em que você pode escolher um ou outro investimento, mas não os dois. Isto é, a escolha de um exclui escolher também o outro.

(\$362.456 no nosso exemplo) está colocado *um período antes do primeiro pagamento ocorrer*. Nos nossos exemplos anteriores, as anuidades começavam os pagamentos no final do período 1, assim o valor presente estava no período de tempo 0 (um período anterior aquele período 1). No exemplo atual, o valor presente está no período de tempo 30, também um período antes do primeiro pagamento.

Para determinar a quantia que precisamos investir hoje, devemos tratar as economias exigidas na aposentadoria como um valor futuro. Esta soma deve então ser descontada de volta para o período 0. Por exemplo, se assumirmos que podemos ganhar 8% por ano antes da aposentadoria, precisamos investir \$36.019,93 hoje, para conseguir nossa meta de aposentadoria.

Demonstração 7-8 apresenta uma simples planilha para determinar o investimento exigido hoje para fornecer um rendimento particular durante a aposentadoria. Abra uma nova planilha e entre com os dados e rótulos da Demonstração 7-8.

**DEMONSTRAÇÃO 7-8**  
**PLANEJAMENTO PARA APOSENTADORIA**

	A	B
1	<b>Planilha de Aposentadoria</b>	
2	Necessidade de Rendimentos Anuais de Aposentadoria	\$25.000
3	Anos até a Aposentadoria	30
4	Anos durante a Aposentadoria	35
5	Taxa de Retorno antes da Aposentadoria	8,00%
6	Taxa de Retorno durante a Aposentadoria	6,00%
7	Poupanças Exigidas na Aposentadoria	
8	Investimento Exigido Hoje	
9	Investimento Anual Exigido	

Para completar a sua planilha de aposentadoria, precisamos entrar com as funções nas células **B7:B9**. Lembre-se que o primeiro passo no nosso problema de rendimentos para a aposentadoria foi determinar o valor presente de seus rendimentos de aposentadoria no período 30. Para fazer isto na nossa planilha, entre com a função **VP** na **B7**:  $=VP(B6;B4;-B2;0;0)$ . O resultado, \$362.456, nos diz que você precisaria ter economizado esta quantia para fornecer o rendimento indicado em B2 para o número de anos indicado em **B4**. Para determinar a quantia que você precisaria investir hoje (um montante), você precisará determinar o valor presente, no período de tempo 0, da quantia em **B7**. Para fazer isto, em **B8** entre com a fórmula:  $=VP(B5;B3;0;-B7;0)$ . Como antes, a quantia exigida hoje é \$36.019,93.

Outra característica da planilha planejamento de aposentadoria é que ela calculará as poupanças anuais exigidas para atingir sua meta. Para fazer o Excel realizar este cálculo, precisamos usar a função **PGTO**. Em **B9** entre com:  $=PGTO(B5;B3;0;-B7;0)$ . O resultado é \$3.199,56, que significa que se você puder poupar esta quantia a cada ano durante os próximos 30 anos, e ganhar uma média de 8% de juros a cada ano, você atingirá sua meta. Ignoramos o efeito da inflação e impostos no se plano de aposentadoria para esta planilha. Mas se assumíssemos que você poupou a quantia em **B9** numa conta tax-deferred, os resultados serão um pouco mais realísticos. Experimente isto na planilha. Você poderá ficar surpreso com a dificuldade de economizar para uma aposentadoria confortável!

### Séries Irregulares de Fluxos de Caixa

Anuidades são muito perfeitas do ponto de vista de fluxo de caixa, mas a maioria dos investimentos não tem fluxos de caixa que são os mesmos a cada período. Quando os fluxos de caixa forem diferentes a cada período referiremos a eles como uma *série irregular de fluxos de caixa*. Investimentos deste tipo não são tão fáceis de se lidar, apesar de conceitualmente ser o mesmo.

Recorde toda a nossa discussão do princípio da aditividade do valor. Este princípio diz que conquanto os fluxos de caixa ocorram no mesmo período, podemos adicioná-los para determinar seu valor combinado. O princípio se aplica para qualquer período de tempo, não apenas ao período de tempo 0. Então, para determinar o valor presente de uma série irregular de fluxos de caixa, uma opção é determinar o valor presente de cada fluxo de caixa separadamente, e depois adicioná-los todos. A mesma técnica se aplica ao valor futuro de uma série irregular. Simplesmente encontre o valor futuro de cada fluxo de caixa separadamente, e depois os adicione.

As funções **VP** e **VF** do Excel não podem ser usadas em série de fluxos de caixa irregulares porque elas assumem pagamentos (anuidades) iguais ou um montante. Monte a planilha da Demonstração 7-9 e veremos o que precisa ser feito.

**DEMONSTRAÇÃO 7-9**  
**VP E VF PARA FLUXOS DE CAIXA IRREGULARES**

	A	B
1	<b>Série de Fluxos de Caixa Irregulares</b>	
2	Ano	Fluxo de Caixa
3	1	1000
4	2	2000
5	3	3000
6	4	4000
7	5	5000
8	Taxa de Juros	10,00%
9	Valor Presente	
10	Valor Futuro	

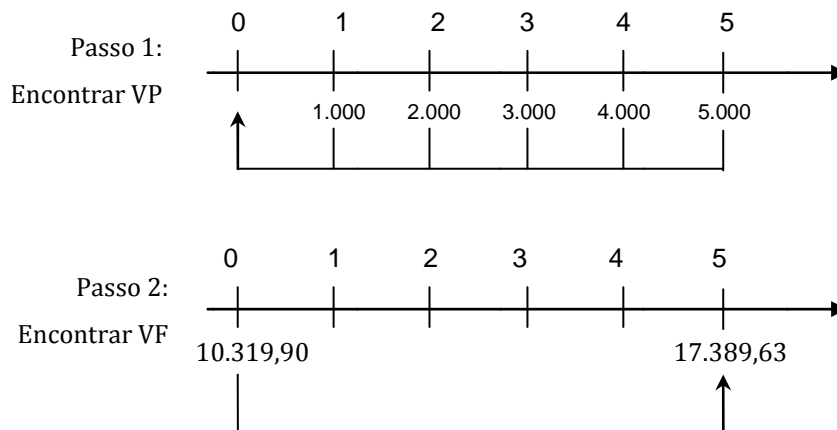
Primeiro, queremos encontrar o valor presente dos fluxos de caixa em **B3:B7**. Para fazer isto, precisamos usar a função valor presente líquido, **VPL**. Esta função será avaliada especialmente no orçamento de capital no Capítulo 10. A função **VPL** é definida como:

$$\text{VPL}(\text{TAXA}; \text{VALOR1}, \text{VALOR2}, \dots)$$

Onde **TAXA** é a taxa de retorno por período (i.e., a taxa de desconto), e **VALOR1** é o primeiro fluxo de caixa (ou intervalo de fluxos de caixa), **VALOR2** é o segundo fluxo de caixa, e assim por diante. O Excel aceitará até 29 fluxos de caixa na lista. Para encontrar o valor presente dos fluxos de caixa, entre com:  $=\text{VPL}(B8; B3 : B7)$  em **B9**<sup>6</sup>. Note que temos entrado com os fluxos de caixa como um intervalo, ao invés de valores individuais. O Excel aceitará os parâmetros de qualquer maneira, embora um intervalo é geralmente mais fácil de entrar. O resultado é \$10.319,90. Para verificar este resultado, você pode encontrar o valor presente de cada fluxo de caixa a 11% e adicioná-los. Encontrar o valor futuro de uma série não uniforme é um pouco mais difícil porque o Excel não tem função embutida para realizar este cálculo. Recorde-se que, entretanto, do princípio da aditividade do valor. Se pudermos obter todos os fluxos de caixa num mesmo período, podemos adicioná-los e então mover o resultado para o período desejado. A Figura 7-4 mostra esta solução.

<sup>6</sup> Se você é familiar com a definição de Valor Presente Líquido (VPL), você deverá saber que a função VPL do Excel não calcula o VPL como é normalmente definido. Em vez disto, ela meramente calcula o valor presente dos fluxos de caixa. Isto será coberto com mais profundidade no Capítulo 10.

**FIGURA 7-4**  
**ENCONTRANDO O VALOR FUTURO DE UMA SÉRIE IRREGULAR NO EXCEL**



Primeiro, encontramos o valor presente da série irregular de fluxos de caixa, talvez usando a função **VPL**, e depois encontramos o valor futuro do valor presente dos fluxos de caixa. O modo mais fácil de implementar este método no Excel é usar a função **VPL aninhada** dentro da função **VF**. Uma função aninhada é aquela em que é usada como uma entrada para outra função. Em B10 entre com: `=VF(B8;A7;0;-NPV(B8;B3:B7);0)`. O valor futuro é encontrado ser \$17.389,63. Note que temos usado a função **VPL** dentro da função **VF**. Como uma alternativa, poderíamos ter colocado B9 no parâmetro valor presente, mas o resultado seria o mesmo. Usar funções aninhadas pode freqüentemente simplificar a planilha tornando o uso de muito poucas células, apesar das fórmulas tenderem a ser mais complexas.

### Encontrando o Rendimento numa Série Irregular de Fluxos de Caixa

Freqüentemente nas análises financeira, é necessário determinar o rendimento de um investimento dado seu preço e fluxos de caixa. Por exemplo, já vimos que um modo de escolher entre alternativas de investimentos é comparar seus rendimentos, e veremos mais exemplos no Capítulo 10. Isto foi fácil quando tratamos com anuidades e montantes de investimentos. Mas, e acerca do caso de fluxo de caixa de investimentos desiguais? Usaremos a planilha da Demonstração 7-10 para descobrir.

Para encontrar o rendimento em problemas tais como este, precisamos fazer uso da função taxa interna de retorno (**TIR**). A TIR é definida como a taxa de retorno que iguala o valor presente dos fluxos de caixa futuros com o custo do investimento (\$10.319,90 neste problema). No Excel, a função **TIR** é definida como:

**DEMONSTRAÇÃO 7-10**  
**RENDIMENTO DE UMA SÉRIE IRREGULAR DE FLUXOS DE CAIXA**

	A	B
1	<b>Série Irregular de Fluxos de Caixa</b>	
2	Ano	Fluxo de Caixa
3	0	(\$10.320)
4	1	1000
5	2	2000
6	3	3000
7	4	4000
8	5	5000
9	Rendimento	

onde **VALORES** é o intervalo de fluxos de caixa (incluindo o custo), e **ESTIMATIVA** é a primeira estimativa opcional para a correta taxa de juros. Estudaremos esta função em profundidade no Capítulo 10, mas por enquanto apenas faremos uso dela.

Antes de encontrarmos a solução, destacaremos um par de coisas sobre a planilha. Os fluxos de caixa estão listados separadamente, assim não podemos usar a função **TIR** como fizemos com as funções **VF**, **VP**, e **PGTO**. Também, devemos incluir o custo do investimento como um dos fluxos de caixa. Para encontrar o rendimento deste

investimento, insira em B9: =TIR(B3:B8;0,10). O resultado é 11%, que significa que se você comprar este investimento você ganhará uma taxa anual composta de 11%.

Usamos uma forma da função **TIR** em B9. Outra opção é omitir a *ESTIMATIVA* (0,10 no nosso exemplo). Neste caso, qualquer uma das formas funcionará. Algumas vezes, entretanto, o Excel não será capaz de convergir para uma solução sem uma *ESTIMATIVA* ser especificada. Lembre-se que isto é essencialmente um processo de tentativa e erro, e algumas vezes o Excel precisa de um pouco de ajuda para ir em direção certa.

Poucas situações podem causar um erro quando se usa a função TIR. Uma que já discutimos é que o Excel não pode convergir para uma solução. Neste caso, você pode usualmente encontrar a resposta fornecendo ao Excel uma *ESTIMATIVA* diferente. Outra ocorre se você não tiver fluxos de caixa negativos. Como um exemplo, mude o preço de compra para um positivo 10.500. O Excel retornará a mensagem de erro #NUM! indicando que há um problema. Neste caso o problema é que seu retorno é infinito (por que?). Um terceiro problema pode resultar de haver mais do que um fluxo de caixa negativo na série. Em geral, existirá uma solução para o problema para cada mudança de sinal na série de fluxo de caixa. No nosso exemplo original, há somente uma variação de sinal (de negativo para positivo após a compra inicial).

## Períodos de Capitalização Não Anual

Não há razão porque devemos restringir nossas análises para investimentos que pagam fluxos de caixa anualmente. Alguns investimentos fazem pagamentos (p.ex., os juros) semestralmente, mensalmente, diariamente, ou ainda mais frequentemente. Tudo o que temos aprendido até este ponto ainda se aplica, com pequenas mudanças somente.

Lembre-se que nossa fórmula básica do valor do dinheiro no tempo (7-2):

$$VF_N = VP(1 + i)^N$$

Originalmente, definimos  $i$  como a taxa anual de juros, e  $N$  como o número de anos.

Realmente,  $i$  é o taxa de juros periódica e  $N$  é o número total de períodos. Como um exemplo,  $i$  poderia ser a taxa de juros semanal e  $N$  o número de semanas para o qual manteríamos o investimento<sup>7</sup>. Como as taxas são geralmente cotadas em termos de taxa anuais simples (i.e., não compostas), podemos restabelecer a nossa fórmula básica como:

$$VF_N = VP \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{Nm} \quad (7-10)$$

onde  $i$  é a taxa anual,  $N$  é o número de anos, e  $m$  é o número de períodos por ano.

Excel pode manipular capitalização não anual exatamente tão facilmente como capitalização anual. Apenas entre com uma taxa e número de períodos ajustados ao tamanho do período de capitalização. Observemos um exemplo.

Assuma que você está procurando um novo banco para montar uma conta de poupança (um investimento ruim, mas funciona de qualquer maneira). Quando você iniciar a procura, você notou que todos os bancos ofereciam a mesma taxa nominal de juros, mas com períodos de capitalização diferentes. Para ajudar a sua tomada de decisão, você montará a planilha da Demonstração 7-11.

(Sugestão: a maneira mais fácil de montar esta planilha é entrar com os dados para o First National Bank e daí então fazer duas cópias. A seguir, edite os nomes em branco e ajuste as larguras de colunas para acomodar os rótulos).

### DEMONSTRAÇÃO 7-11

<sup>7</sup> Como existem 52 semanas num ano, normalmente calcularíamos as taxas semanais como a taxa anual dividida por 52. Similarmente, o número de semanas seria calculado multiplicando o número de anos (talvez uma fração do número de anos) por 52.

PERÍODOS DE CAPITALIZAÇÃO NÃO ANUAL

	A	B
1	<b>Planilha de Capitalização Não Anual</b>	
2	<b>First National Bank</b>	
3	Investimento	1.000
4	Taxa Simples	10,00%
5	Períodos por Ano	1
6	Prazo do Investimento (Anos)	1
7	Valor Futuro	
8	<b>Second National Bank</b>	
9	Investimento	1.000
10	Taxa Simples	10,00%
11	Períodos por Ano	2
12	Prazo do Investimento (Anos)	1
13	Valor Futuro	
14	<b>Third National Bank</b>	
15	Investimento	1.000
16	Taxa Simples	10,00%
17	Períodos por Ano	12
18	Prazo do Investimento (Anos)	1
19	Valor Futuro	

Note que todos os bancos publicaram uma taxa anual de 10%. A única diferença é, quão freqüentemente eles creditam os juros na sua conta (i.e., a freqüência da capitalização). Sendo um pensador racional economicamente, você escolherá o banco que fornecerá o maior saldo no final de the ano. Para determinar os saldos de final de ano, entre com a fórmula **VF** em **B7**: =VF (B4/B5 ; B6\*B5 ; 0 ; -B3 ; 1) . Copie a fórmula de **B7** para **B13** e para **B19**. Note que temos again feito uso de funções aninhadas. Neste caso, a taxa é definida como a taxa anual *dividida* pelo número de períodos num ano, e o número de períodos é o número de anos vezes o número de períodos num ano.

A escolha é clara. Você deverá escolher o Third National Bank, pois ele oferece o mais alto saldo de final de ano. Todas as outras coisas permanecendo iguais, quanto mais freqüente, for capitalização, maior será o seu valor futuro. Para ver isto mais claramente, monte a planilha da Demonstração 7-12.

DEMONSTRAÇÃO 7-12  
COMPARANDO VÁRIOS PERÍODOS DE CAPITALIZAÇÕES NÃO ANUAIS

	A	B	C
1	<b>Períodos de Capitalização Não Anual</b>		
2	Valor Presente	1.000	
3	Taxa Anual	10,00%	
4	<b>Freqüência</b>	<b>Períodos/Ano</b>	<b>VF</b>
5	Anual	1	
6	Semestral	2	
7	Trimestral	4	
8	Bimestral	6	
9	Mensal	12	
10	Quinzenal	26	
11	Semanal	52	
12	Diária	265	

Para completar a planilha, entre com a fórmula **VF** em **C5**: =VF (B\$3/B5 ; B5 ; 0 ; -B\$2 ; 1) e copie-a para baixo nas outras células. É importante que você insira o sinal de dólar como indicado de modo que as referências ao valor presente e taxa de juros permaneçam fixas quando copiar.

Note que, como antes, quanto mais freqüente a capitalização, maior o valor futuro. Ainda mais, o valor futuro aumenta a uma taxa decrescente quando o número de períodos de capitalização aumentar. Isto pode ser visto mais facilmente se criarmos um gráfico dos valores futuros. Para efetuar isto, selecione os rótulos em **A5:A13** e os números em

**C5:C13** (lembre-se, você pode selecionar intervalos não contíguos mantendo apertada a tecla Ctrl enquanto arrasta o mouse). Note que você selecionará uma linha extra porque usaremos esta planilha novamente mais tarde para adicionar mais dados. Agora, clique no ícone de gráfico e siga os prompts. Você deverá concluir a planilha quando ela ficar parecida com aquela da Demonstração 7-13.

**DEMONSTRAÇÃO 7-13**  
**RESULTADO DA CAPITALIZAÇÃO NÃO ANUAL**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	<b>Períodos de Capitalização Não Anual</b>										
2	Valor Presente	1000									
3	Taxa Anual	10%									
4	<b>Frequência</b>	<b>Períodos/Ano</b>	<b>VF</b>								
5	Anual	1	\$1.100,00								
6	Semestral	2	\$1.102,50								
7	Trimestral	4	\$1.103,81								
8	Bimestral	6	\$1.104,26								
9	Mensal	12	\$1.104,71								
10	Quinzenal	26	\$1.104,96								
11	Semanal	52	\$1.105,06								
12	Diário	365	\$1.105,16								
13	Contínuo	Infinite	\$1.105,17								
14											
15											
16											
17											

**Capitalização Contínua**

Vimos que quanto mais freqüente a capitalização conduz a valores futuros maiores. Entretanto, nossos exemplos estenderam esta idéia até para capitalização diárias. Não há razão para que possamos também capitalizar a cada meio dia, cada hora, ou mesmo a cada minuto. De fato, este conceito pode ser estendido ao menor período de tempo imaginável: o instante. Este tipo de capitalização é referido como *capitalização contínua*.

Capitalização contínua é uma extensão do que já vimos. Para recapitular, recorde-se que mudamos a função valor futuro básica:

$$VF_N = VP \left( 1 + \frac{i}{m} \right)^{Nm}$$

Quanto mais freqüentemente capitalizamos, maior será o  $m$ . Por exemplo, com capitalização semestral  $m = 2$ , mas com capitalização diária  $m = 365$ . E se configurarmos  $m$  igual a infinito? Realmente, não podemos fazer isto porque  $i/\infty$  é efetivamente igual a zero. O que podemos fazer é tomar o limite quando  $m$  se aproxima de infinito. Quando fazemos isto, obtemos:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} VF_N = VP e^{iN} \tag{7-11}$$

onde  $e$  é a base do logaritmo natural, e é aproximadamente igual a 2,718.

O Excel não oferece funções para encontrar os valores presente ou futuro quando a capitalização for contínua. Entretanto, podemos facilmente criar as fórmulas. Para fazer isto exige que você saiba acerca da função **EXP** que eleva o  $e$  a uma potência específica<sup>8</sup>. Esta função é definida como:

**EXP(NÚMERO)**

Usando a planilha na Demonstração 7-13, podemos adicionar, na célula C13: =B\$2\*exp(B\$3). Como temos assumido um período de um ano neste exemplo, a potência para a qual  $e$  é elevada é simplesmente a taxa de juros. Adicione o rótulo: *Contínua* em A13 e a planilha está completa. Note que capitalização contínua não oferece muito

<sup>8</sup>  $e$  é a base do logaritmo natural, assim  $\exp(\cdot)$  é o inverse de  $\ln(\cdot)$ . Em outras palavras,  $\exp(\ln(x)) = x$ .



mais do que capitalização diária. A vantagem does get larger quando a quantia investida cresce, mas levaria somas enormes para tornar significativa a diferença. Para ver isto, mude o valor presente, B2, para 10.000.000.

Podemos também calcular o valor presente de uma capitalização contínua. Tudo que precisa ser feito é resolver a equação (7-11) para  $VP^9$ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} VP = VF_N e^{-iN} \quad (7-12)$$

## Sumário

Neste capítulo discutimos o conceito do valor do dinheiro no tempo. O valor presente representa a quantia de dinheiro que precisa ser investida hoje para comprar um fluxo de caixa futuro ou série de fluxos de caixa. Valor futuro representa a quantia de dinheiro que será acumulada se investir fluxos de caixa conhecidos a taxas de juros conhecidas. Ainda, discutimos vários tipos de fluxos de caixa. Anuidades são fluxos de caixa iguais, igualmente espaçados no tempo. Fluxos de caixa irregulares são aqueles que os fluxos de caixa periódicos não são iguais.

Antes de continuar os capítulos futuros você deverá estar confortável com estes conceitos. Pratique mudando a planilha apresentada neste capítulo até você desenvolver um sentimento para este tipo de resultados que você obterá.

## Problemas

1. Iniciando seu novo trabalho após a faculdade, você se defrontou com a seleção de investimentos para seu plano de aposentadoria 401k.

Você tem que escolher em investir seu dinheiro em:

- Um fundo de mercado de capitais que retornou historicamente cerca de 5% ao ano.
- Um título de longo prazo que rendeu uma taxa anual média de retorno de 8%.
- Um fundo de ações ordinárias, conservativo, que rendeu 10% por ano.
- Um fundo de ações ordinárias, agressivo, que rendeu historicamente 14% ao ano.

a. Se você fosse contribuir com \$3.600 por ano durante os próximos 35 anos, quanto você acumularia em cada um dos fundos acima?

b. Agora, mude a sua planilha de modo que ela permita investimentos não anuais (mensais, quinzenais, etc.). Monte uma análise de cenário que mostre seu valor acumulado de cada fundo se você fosse investir trimestralmente, mensalmente, quinzenalmente, e semanalmente. Crie um resumo de cenário dos seus resultados.

c. Que relação você notou entre a freqüência do Investimento e o valor futuro?

2. Dado o seguinte conjunto de fluxos de caixa:

Período	Fluxo de Caixa
1	12.000
2	10.000
3	8.000
4	6.000
5	4.000

a. Se a sua taxa de retorno exigida for 12% por ano, qual é o valor presente dos fluxos de caixa acima? O valor futuro?

b. Agora, suponha que que lhe fosse oferecido outro investimento idêntico, exceto que os fluxos de caixa fossem ao contrário (i.e., fluxo de caixa 1 é 4.000, fluxo de caixa 2 é 6.000, etc.). Este investimento é mais valioso, ou menos, que o original? Por que?

<sup>9</sup> Muitos estudantes acham que as equações da capitalização contínua são mais fáceis de recordar se mudarmos a notação ligeiramente. Especificamente, seja  $P$  o valor presente,  $F$  o valor futuro,  $r$  é a taxa anual de juros, e  $T$  é o número de anos (que pode ser fracional).

Com esta notação, a equação (7-11) torna-se:  $F = P e^{rT}$ , e a equação (7-12) torna-se:  $P = F e^{-rT}$ . Isto é mais fácil porque as fórmulas podem ser pronunciadas. Por exemplo, (7-11) é pronunciada "Pert".

- c. Se você pagou \$25.000 pelo investimento original, que a taxa anual média de retorno você ganhou?
3. Sua filha de cinco anos de idade anunciou que ela gostaria de fazer faculdade. Sua melhor estimativa é que ela custará aproximadamente \$25.000 por ano (durante quatro anos) com matrícula, livros, aluguel, etc. para cursar a State College daqui a 13 anos. Você acredita que pode ganhar uma taxa de 9% sobre investimentos para atingir esta meta.
- a. Se você fosse investir uma quantia única hoje na esperança de cobrir os custos de faculdade de sua filha, quanto você teria de investir?
- b. Se agora você decidisse investir anualmente em vez disto, quanto você teria que investir a cada ano?
- c. Você acabou de descobrir uma herança de \$10.000 e planeja investi-la num fundo para a faculdade de sua filha. Dada esta nova fonte de fundos, quanto você teria agora que investir cada ano?